

基于 3D-ILC 含偏心内裂纹半圆弯拉断裂特性研究

张志韬¹, 王海军¹, 汤 雷¹, 赵 初², 李汉章^{1,3}, 苏正洋^{1,3}

(1. 南京水利科学研究院 水文水资源与水利工程国家重点实验室, 江苏 南京 210029; 2. 法国国立杜埃高等矿业学院, 法国 杜埃;
3. 河海大学 水利水电学院, 江苏 南京 210098)

摘 要: 断裂力学是各行业的基础学科之一。半圆弯拉(SCB)试验为该领域经典试验, 目前含裂纹的 SCB 研究多为底部切口等表面裂纹或穿透型裂纹研究。内裂纹和内部类裂纹缺陷是材料的固有属性, 但是对于 SCB 内裂纹扩展规律研究较少。基于 3D-ILC (三维激光疲劳内裂纹) 技术, 分析了表面无任何影响的情况下凭空生成任意参数的纯内裂纹, 在 SCB 试样中生成内裂纹, 对含内裂纹试样进行 SCB 试验, 分析了裂纹生长过程、应力双折射规律、I-II-III 型裂纹扩展面、破坏形态、宏观断口特征, 开展数值模拟, 得到裂纹尖端应力强度因子分布规律及扩展路径, 与物理试验一致。结果表明: (1) 基于 3D-ILC 的 SCB 内裂纹及 I-II-III 型扩展断裂规律明显, 3D-ILC 为断裂力学中的内裂纹问题研究提供了有力工具; (2) 应力云纹在内裂纹处显示应力集中, SCB 整体云纹在内裂纹处发生明显变异; (3) SCB 试样从预制裂纹处发生压缩型起裂, 发生 I-II-III 型裂纹扩展, 分为光滑区和撕裂区, 持续生长转变为动态断裂进而破坏, 动态断口存在裂纹分叉出现雾化区、羽毛区特征; (4) 根据 M 积分和最大周向应力准则, 对试样进行了数值模拟, 得到了试样内裂纹尖端应力强度因子分布规律及扩展路径, 与试验结果一致。结论与成果对断裂力学领域的 SCB 试验、内裂纹、I-II-III 型断裂问题、裂纹扩展路径模拟问题的研究, 具有重要意义。

关 键 词: 3D-ILC; 三维内裂纹; I-II-III 复合裂纹; 断裂力学; 半圆弯拉试验; 脆性材料

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2020) 01-0111-13

Study of fracture characteristics of semi-circular bending with internal crack based on 3D-ILC

ZHANG Zhi-tao¹, WANG Hai-jun¹, TANG Lei¹, ZHAO Chu², LI Han-zhang^{1,3}, SU zheng-yang^{1,3}

(1. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing, Jiangsu 210098, China;
2. IMT Lille-Douai, Douai, France; 3. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China)

Abstract: Fracture mechanics is one of the basic disciplines in various industries. The semi-circular bending (SCB) test is a classic test used in the study of solid mechanics. At present, the research on SCB mainly focuses on surface cracks such as bottom notch or penetrating cracks. Whereas the internal cracks and internal defects that are the intrinsic properties of material have been seldomly researched employing the SCB test. Based on the 3D-ILC (3D-internal laser-engraved crack) method, an analysis was performed on the pure internal cracks with arbitrary parameters generated randomly given that surface had no influence on crack generation, internal cracks were created in SCB specimens and the specimens were assessed by the SCB test. Numerical simulation was performed to analyze the crack growth process, stress birefringence, I-II-III crack growth surface, failure pattern, and macro to micro fractography characteristics. Moreover, the distribution law of stress intensity factor and extension path were obtained that agreed with the physical test. The results show that: 1) The 3D-ILC method is useful for solving the problem of internal cracks in fracture mechanics. 2) Stress concentration is shown at the internal crack of stress nephogram, and significant variation occurs at the internal crack of SCB stress nephogram. 3) The compression-shear crack initiation occurs at the prefabricated crack of the SCB and develop into I-II-III mix-mode crack. The crack growth surfaces are divided into smooth zone and tear zone. The continuous growth is transformed into dynamic fracture and then failure, along with the mist zone and the hackle zone. 4) Based on the M-integral and maximum tensile-stress (MTS) theory, the numerical simulation of the specimens is carried out. The distribution of the stress intensity

收稿日期: 2018-12-03

修回日期: 2019-05-13

基金项目: 国家重点研发计划 (No.2016YFC0401801); 国家自然科学基金项目 (No.51409170, No.51739008); 江苏省自然科学基金 (No. BK20171130); 中央级公益性科研院所基本科研业务费重点项目 (No.Y419005)。

This work was supported by the National Key Research and Development Plan (2016YFC0401801), the National Natural Science Foundation of China (51409170, 51739008), the Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20171130) and the Fundamental Research Funds for Central Commonweal Research Institutes (Y419005).

第一作者简介: 张志韬, 男, 1994 年生, 硕士, 主要从事断裂力学方面的科研工作。E-mail: zhangzhitaobed@sina.com

通讯作者: 王海军, 男, 1985 年生, 博士, 高级工程师, 硕士生导师, 主要从事断裂力学及岩石力学科研工作。E-mail: hjwang@nhri.cn

factor at the crack tip is given, and the crack growth path is simulated. The numerical simulation agrees with the experimental results. It provides experimental and theoretical basis for the study of SCB testing, internal cracks, I-II-III mix-mode fracture, simulation of crack propagation paths in the field of fracture mechanics.

Keywords: 3D-ILC; 3D internal crack; I-II-III mix-mode crack; fracture mechanics; semi-circular bending (SCB) test; brittle solid

1 引言

断裂力学是固体力学中十分活跃的研究领域之一,至今已有近百年的发展历史。半圆弯拉试验(semi-circular bending test, 简称 SCB 试验)是断裂力学经典试验,因具有易实现拉伸破坏、起裂点固定、裂纹扩展线路单一等优势^[1],被广泛运用于固体材料的研究中。它是由 Chong 等^[2]于 1984 年提出,随后逐渐被应用于测定岩石、沥青混合料的断裂韧性、弯拉强度等。在理论研究中, Eftekhari 等^[3]在复合模式加载下采用扩展有限元方法模拟了含裂纹半圆弯拉试样的裂纹扩展过程; Zhao 等^[4]用离散元模型对含底部切槽的半圆弯拉试样的动态断裂韧性进行了数值模拟; Fayed^[5]采用数值模拟得到了含表面裂纹的脆性材料半圆弯拉试样在 I-II 型复合断裂下的应力强度因子。在试验探索中, Aliha 等^[6]对含裂纹大理石半圆弯拉试样的 I-II 型复合脆性断裂进行了试验; Akbardoost 等^[7]研究了加载下含表面裂纹的沉积岩半圆弯拉试样尺寸对断裂行为的影响; Aliha 等^[8]进行了含裂纹 PMMA 半圆弯拉试样的复合断裂韧性测试。

事实上,含有内裂纹或内缺陷是材料的固有属性,对材料性能影响巨大,会导致材料的实际强度远低于其理论强度。但是,以上研究多集中在含表面或穿透裂纹的脆性固体,对于含内裂纹脆性材料 SCB 裂纹扩展断裂破坏规律的研究十分有限。而且,目前已知的几种制作内裂纹的方法都存在明显缺陷^[9]。另外,纯内裂纹深埋于固体内部,一般为三维问题和 I-II-III 型复合断裂问题,这更加深了对内裂纹问题的研究难度。

针对以上问题,王海军等^[9]首次提出 3D-ILC (三维激光疲劳内裂纹,即 3D-internal laser-engraved crack) 技术。在对表面无任何影响的情况下,在脆性材料内部“凭空”生成宏观封闭内裂纹。以 3D-ILC 为基础,从以下 3 个方面开展物理试验研究,揭示压缩下含内裂纹 SCB 试样断裂特性规律:①试样断裂过程、应力双折射云纹规律、起裂及破坏荷载,② I-II-III 型扩展面特征,③破坏形态与宏观断口分析。将从数值计算原理、裂纹扩展路径及 I、II、III 型应力强度因子 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 分布等方面开展数值模拟研究。与物理试验相对比,分

析理论研究的不足之处,阐述未来研究方向。为断裂力学领域的内裂纹问题及 I-II-III 型复合断裂规律、裂纹路径模拟问题提供试验及理论依据。

2 试样的制备与试验方法

2.1 3D-ILC

在对表面无影响的情况下,制作内裂纹,以常规机械力学方法难以实现。针对此问题,王海军等^[9]提出了 3D-ILC 通过电磁场直接作用于材料内部,形成物质第四态爆破,进而制作宏观纯封闭内裂纹。该方法原理参见文献[9]。目前,该技术已应用于含内裂纹孔口问题^[10]、含内裂纹巴西圆盘断裂特性^[11]等研究中。此处不再重复 3D-ILC 的细节。

2.2 材料选择

材料选用玻璃,具备三方面优势:①玻璃因其均质、各向同性,在裂纹扩展之前严格遵循胡克定律,能够排除各类复杂因素干扰,是脆性固体断裂力学中经典、理想材料^[12];②玻璃也是应力双折射的理想光敏材料,为裂纹扩展过程中的应力分布提供基础;③脆性度是目前模拟岩石材料的最重要指标,但是目前最为常用的预埋浇注法,成型后的树脂材料拉压比也只做到了 1/7 左右,岩石的拉压比在 1/12~1/35^[13]之间,而玻璃的拉压比在 1/13~1/33 之间。由此,玻璃的断裂规律可为岩石等材料提供参考。

李世愚^[14]指出:固体力学的所有开拓性试验都采用玻璃作为基本样品材料,断裂力学也不例外。在断裂力学奠基之初, Griffith^[15]围绕玻璃低应力脆断现象,考虑外力作用下固体中一条孤立裂纹,以热力学能量平衡概念推导出了裂纹扩展判据。Hertz^[16]对两个弯曲玻璃表面间弹性接触导致的锥形压痕进行了试验研究; Sommer^[17]于 1969 年利用玻璃材料研究 I-III 型裂纹,得出了“双矛头”式经典破裂形态,也成为了国际期刊《工程断裂力学》(Engineering Fracture Mechanics)的永久封面。因此,玻璃材料在断裂力学研究的经典性和理想性得到了几十年的证明,为脆性材料领域如岩石断裂力学等的发展提供了支撑。

2.3 研究方案

物理试验方面,采用 3 组含偏心 3 mm 的内

裂纹脆性固体试样开展单轴压缩破坏试验，裂纹深度为 15.0 mm，编号分别为 S-1、S-2、S-3。

理论与数值模拟研究方面，基于 M 积分^[18-19]

开展裂纹前缘应力强度因子分布规律分析，最大周向应力准则(MTS)开展断裂扩展研究。总研究方案如表 1 所示。

表 1 研究方案
Table 1 Research schemes

试样	编号	试样设计		加载方案		拟分析内容					
		裂纹深度/mm	示意图	是否破坏	目的	应力云图	裂纹形态	破坏形态	断口特征	SIF 分布	扩展路径
含内裂纹 SCB 试样	S-1	15.0		√	试样破坏	√	√	√	√	√	√
	S-2	15.0		√	过程观察	√	√	√	√	√	√
	S-3	15.0		√		√	√	√	√	√	√

2.4 试样制作

内裂纹采用王海军等^[9]首次提出的 3D-ILC 方法实现，需要说明的是纯封闭内裂纹与试样表面不相交。试样为半圆状，直径为 120 mm，厚度为 60 mm，水平内裂纹形状为圆形，直径为 20 mm。内裂纹深度为 15.0 mm，偏心 3 mm，编号分别为 S-1~S-3。为便于描述裂纹空间方位，以试样底部中心为原点作出试样中心线，以裂纹中心为原点作出裂纹中心线，试样示意图如图 1 所示。含内裂纹试样见图 2。

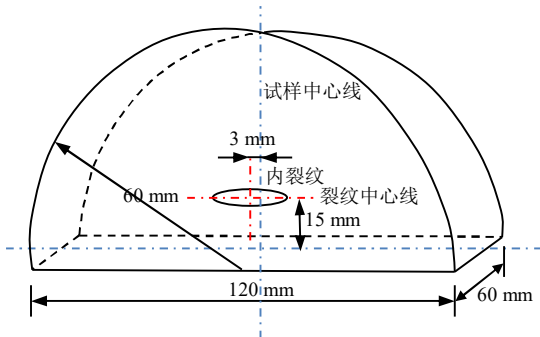


图 1 试样示意图
Fig.1 Schematic diagram of specimens

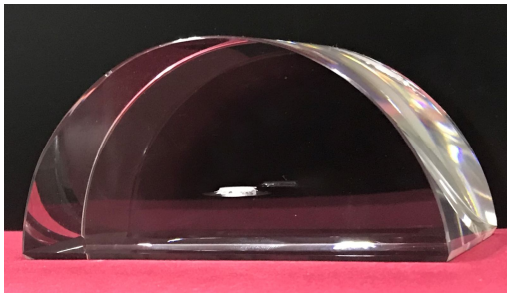


图 2 含内裂纹试样
Fig.2 Specimen with crack

2.5 试验仪器

本试验采用 SUNS-650W 电液伺服加载系统，

该系统拥有位移以及应力两种加载模式，最大加载力值为 600 kN，位移控制范围为 0~200 mm，本次试验采用力值加载控制方式，加载速率为 0.05 kN/s，仪器设备如图 3 所示。三点弯试验加载方式如图 4 所示（ P 为加载压力， L 为底部支撑点间距）。脆性材料对应力集中极为敏感，端部不平或不光滑会导致应力集中而影响试验质量。为避免这一现象，在顶部与底部放置光滑 PMMA 板（厚度为 3 mm）。

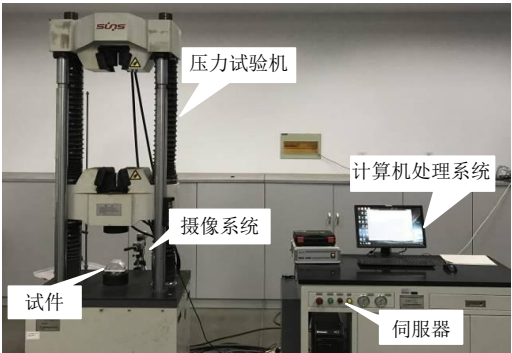


图 3 加载系统
Fig.3 Loading system

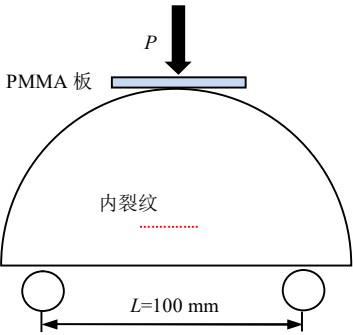


图 4 半圆弯试验加载方式
Fig.4 Loading mode of semi-circular bending test

2.6 双折射效应观测系统

玻璃等非晶体介质在无应力状态下通常呈现光学各向同性。当受到应力作用时，折射率特征发

生改变,显示光学各向异性,即当一束光线通过有内应力的玻璃时,将产生传播速度不同的两束光线,遵循折射定律的寻常光 o 和不遵循折射定律的非常光 e ,此为应力双折射现象。 o 和 e 频率、振动方向相同,存在固定相位差,可产生干涉条纹,由此效应可实现试样端部、裂纹周围应力场分布及动态变化观测,判定应力集中,并纠正试验偏心。依据应力-光学定律,当入射光入射试验对象时,由双折射效应,主应力与相应的折射率有如下关系:

$$n_1 - n_2 = (C_1 - C_2)(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1)$$

式中: σ_1 与 σ_2 分别为试样在压载作用下主应力; n_1 、 n_2 分别为 σ_1 、 σ_2 方向的折射率; C_1 、 C_2 为材料应力-光学系数。偏振光通过试样产生的光程差 Δ 为

$$\Delta = (n_1 - n_2)h \quad (2)$$

式中: h 为介质厚度,由式(1)、(2)建立应力与光学量的对应关系为

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = \Delta / (hC) \quad (3)$$

式中: C 为由材料应力-光学系数组成的常数项。

正交平面偏振光场的布置如图 5 所示。

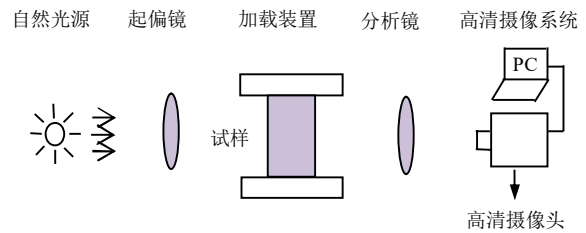


图 5 应力双折射效应试验布置

Fig.5 Test arrangement of stress birefringence effects

3 断裂过程与应力双折射特征

为了行文和理解方便,本节首先给出整体裂纹扩展与破坏过程、应力双折射规律,以方便读者更好地从整体上把握试验断裂过程。然后按照最终破坏形态分析、断口分析给出具体的细节分析。应力云纹与整体裂纹扩展破坏过程如图 6 所示。

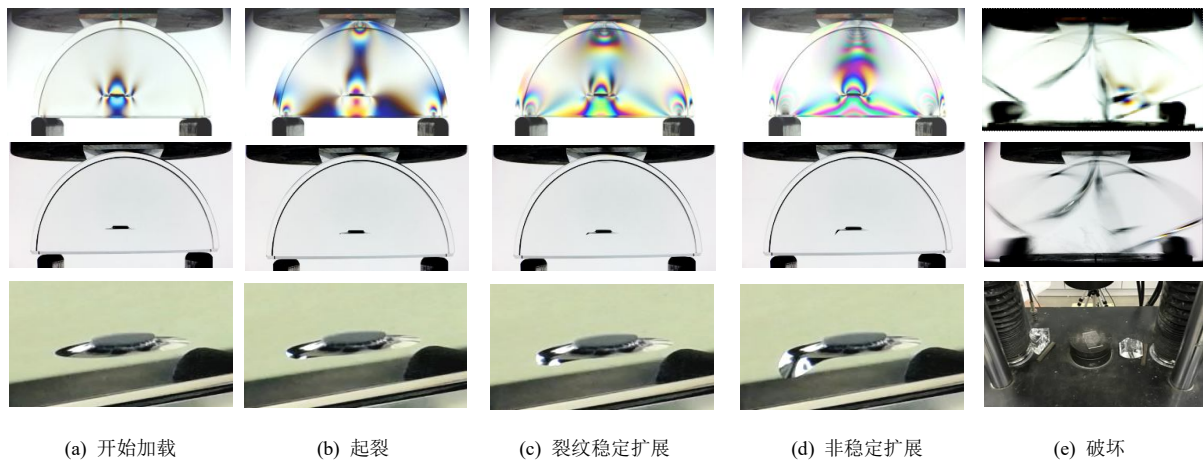


图 6 应力双折射云纹及破坏过程

Fig.6 Stress birefringence and failure process of specimen

3.1 断裂过程

含内裂纹试样破坏过程包括:起裂、裂纹稳定扩展、非稳定扩展、破坏。

(1) 起裂(图 6(b)):在试验过程中当加压荷载达到 19.32 kN 时,由于内裂纹偏心,试样左侧裂纹尖端开始萌生向下的包裹状翼裂纹。

(2) 稳定扩展(图 6(c)):荷载值在 19.32~26.39 kN 时,左侧翼裂纹进入稳定扩展阶段。翼裂纹尖端向下缓慢扩展,翼裂纹面积不断增大。

(3) 非稳定扩展(图 6(d)):当荷载达到 26.39 kN 时,裂纹几乎瞬间扩展至试样底面,而摄像头很

难捕捉到全部扩展过程,后文将结合断口特征,分析此过程属于动态断裂。

(4) 破坏(图 6(e)):下翼裂纹扩展至试样底部时,形成向上的贯穿裂纹致试样破坏。

3.2 应力云纹规律

传统上对材料应力双折射规律研究多基于无缺陷固体材料,对含内裂纹的 SCB 的脆性材料试样几乎没有,仅对含内裂纹的巴西圆盘试样有所涉及。本文试验过程中的应力双折射现象如图 6 所示,加载后,应力在预制裂纹周边集中明显,在裂纹尖端呈现花瓣状分布。随着加载进行,在试样圆形顶点加

载处出现以加载点为圆心的弧状应力云纹。同时由于底部受拉，相应位置出现弧状云纹。但是，由于受预制裂纹影响，底部弧状云纹中心靠近偏心的预制裂纹中心。由于预制裂纹影响，整体 SCB 顶端与底部云纹并不连贯。三点弯下 SCB 试样的预制内裂纹处应力集中，造成了试样预制裂纹尖端的起裂。

3.3 裂纹起裂、破坏荷载

为对试样的特征荷载进行探究对比，在相同加载条件下对空白试样进行试验。起裂与破坏荷载柱状图如图 7 所示，试样破坏呈现出以下特点：①与完整试样相比，带预制内裂纹试样的破坏荷载下降 75.44%，预制内裂纹的存在极大地削减了试样强度；②含预制内裂纹试样的起裂荷载占破坏荷载的比例为 73.20%。

4 I-II-III 型裂纹扩展面

随着荷载的增加，远离 SCB 试样中心处的裂纹尖端首先在压剪作用下开始起裂，产生了翼裂纹扩展，与原裂纹面呈现一定的角度。如图 8 所示，扩

展轨迹在三维空间上呈现为“翼型包裹”状曲面。同时，裂纹面特征不同，其背后力学机制也不相同，裂纹扩展面由“光滑区”和“撕裂区”组成。此处，基于物理试验的裂纹面特征给出裂纹类型及力学机制分析，通过 M 积分和数值模拟计算的裂纹尖端应力强度因子分布对裂纹类型的判别进一步给出支撑。

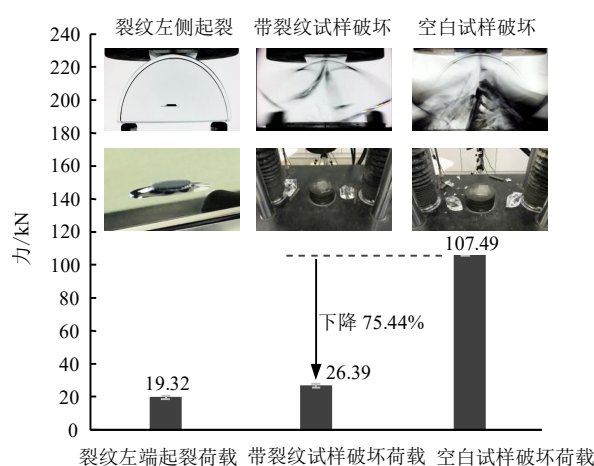


图 7 SCB 起裂与破坏荷载
Fig.7 SCB crack initiation and failure load

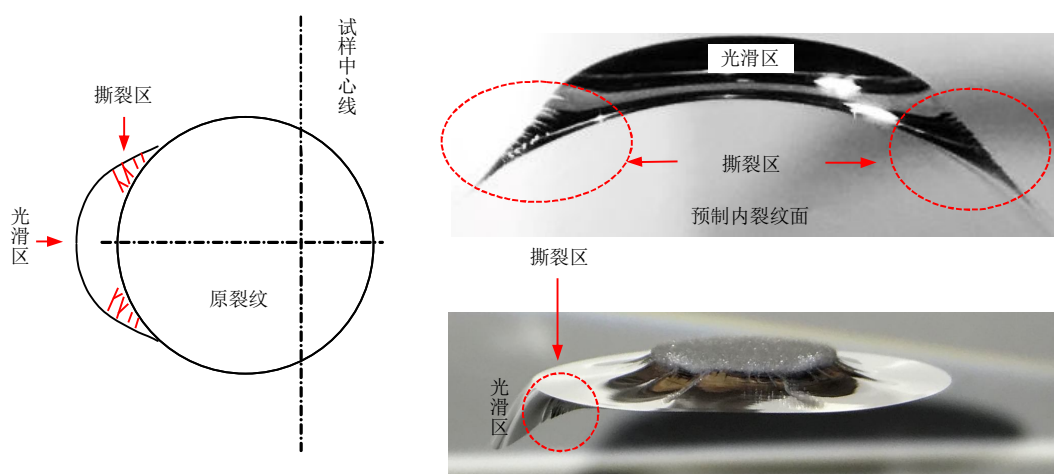


图 8 翼型裂纹扩展面特征
Fig.8 Extension characteristics of wing crack

4.1 光滑区

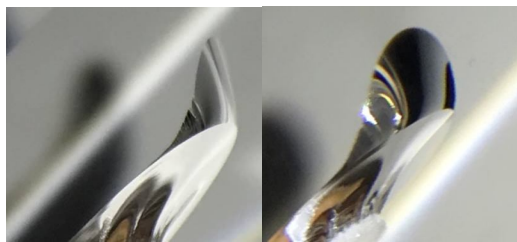
裂纹起裂后，裂纹扩展面光滑且尖端圆滑，从断口特征上，光滑区没有 III 型裂纹的典型特征，由此排除 III 型裂纹的参与（III 型裂纹参与下的裂纹扩展面将在下文“撕裂区”处详述）。裂纹扩展面与原预置裂纹面呈现一定的角度，并且扩展轨迹在三维空间上呈现为渐变的“翼型包裹”状曲面，结合扩展面形态及理论分析判断为 I-II 型裂纹。

由后文应力强度因子分析可知，预制内裂纹左

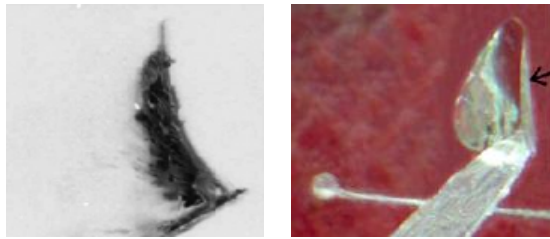
尖端在起裂前为受压状态，因此不存在 I 型裂纹起裂，同时在左右尖端 III 型应力强度因子为 0，因此判断起裂为压剪状态的 II 型起裂。对于脆性材料来讲，脆性裂纹总是倾向于寻找一个能够使得剪切荷载最小的方向发生扩展。起裂后扩展过程中，脆性裂纹面方向会慢慢回到一个与外加场引起的最大主拉应力相垂直的一个稳定平面上来，最终由 I-II 混合型朝向纯 I 型转变。因此，对于纯 I 型裂纹，在其扩展方向上具有稳定性。而对于 I-II 型拉剪作用

下, 裂纹偏离原来的平面, 具有了“方向不稳定性”, 在向稳定纯 I 型转变的过程中, 形成包裹状翼型裂纹形态。具体公式推导可参见已有文献[10], 此处不再列出。

而在本试验中, 裂纹扩展面明显偏离原裂纹平面一定角度, 且裂纹扩展呈现一直处于修正状态的曲面, 即在 I-II 型场作用下, 裂纹慢慢偏转朝向纯 I 型裂纹“修正”, 在三维空间形成“翼型包裹”裂纹。图 9 为本文裂纹形态与已有文献[20-21]翼裂纹对比 (将本试验翼裂纹旋转一定角度以增加对比的直观性)。



(a) 本试验翼裂纹



(b) 文献[20]翼裂纹

(c) 文献[21]翼裂纹

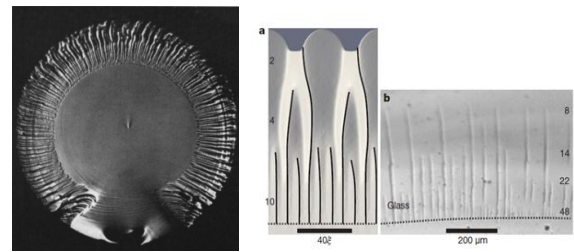
图 9 包裹状裂纹对比图

Fig.9 Wing cracks

4.2 撕裂区与 III 型裂纹

撕裂区位于扩展面的侧面, 随着翼型裂纹扩展到一定程度后出现。通过观察可知, 此区域扩展面呈现明显的矛状形态, 国内也有研究者描述为针刺状, 扩展面实际为凹凸不平的台阶状特征, 为典型的 III 型参与作用下产生的裂纹面形貌。同时结合 3.1 节的 I-II 型裂纹, III 型叠加下, 判断侧面撕裂区为 I-II-III 复合裂纹。同时, 由图 9 可知, III 型裂纹的参与作用并未改变裂纹整体扩展方向, 只改变了裂纹扩展面表面的形态。图 10 为已有文献中的 I-III 型裂纹形态, 图 10(a)因其裂纹形态的经典性, 成为断裂力学领域顶刊《工程断裂力学》(Engineering Fracture Mechanics) 永久封面^[17], 图 10(b)为 I-III 裂纹理论图及试验图, 发表于《自然》(Nature) 主刊^[22]。除了裂纹扩展过程中观察到形态, 后文断口分析中也可以观测到宏观的矛状凹凸断面; 同时,

通过第 5 部分数值分析, 撕裂区 K_{III} 分布水平较高, 进一步佐证了此区域 III 型裂纹的参与。



(a) 裂纹形态^[17]

(b) 裂纹形态及示意图^[22]

图 10 I-III 双矛头裂纹

Fig.10 I-III helical crack

5 破坏形态与断口分析

5.1 破坏形态

最终破坏形态, 如图 11 所示。出现的主要裂纹有: 下翼裂纹、矛状裂纹、波浪状裂纹及贯穿裂纹。

如 3.1 节所述, 翼裂纹包含 I-II 型和 I-II-III 型复合裂纹, 最终破坏面由下翼裂纹的扩展引起。当下翼裂纹逐渐生长接近试样底部时, 在翼裂纹所处的面上, 试样瞬间发生脆断。脆断前, 裂纹尚未发展到表面, 因此, 脆断时是翼型裂纹分别向下、向上和四周延伸, 形成贯穿裂纹即破坏面。

另外, 需要注意的是波浪状裂纹。在试样断裂瞬间, 在原内裂纹非翼型裂纹侧形成的波浪状向周围扩展, 细节如图 11(d)所示。由于此裂纹伴随脆断破坏的瞬间发生, 难以捕捉其发生过程, 因此难以判定发生原因, 通过作者开展的 3D-ILC 相关系列试验分析, 推测可能是下列某个原因造成: ①破坏瞬间, 仪器施加到试样的荷载不稳定, 造成了裂纹扩展方向的不稳定, 由此呈现波浪状裂纹扩展。②破坏卸载时残余应力作用下发生了裂纹扩展。此裂纹为次生裂纹, 此处不再深入讨论。

5.2 断口特征分析

断口学作为一门独立的学科, 通过研究宏微观断口的形貌、性质进而分析材料失效的过程、类型、性质和背后力学机制, 可以说“断口特征是力学的犯罪现场”。本文 SCB 试样断口特征如图 12 所示, 包括静态断裂区和动态断裂区特征。

5.2.1 静态断裂断口

向下扩展为动态断裂断口特征, 向上和四周扩展未呈现动态断裂断口特征。静态裂纹系统是指含有裂纹体内部的任意一个体积单元的不存在动能或动能与系统的机械能相比非常小。翼型裂纹断口为



图 11 试样破坏形态
Fig.11 Sample failure modes

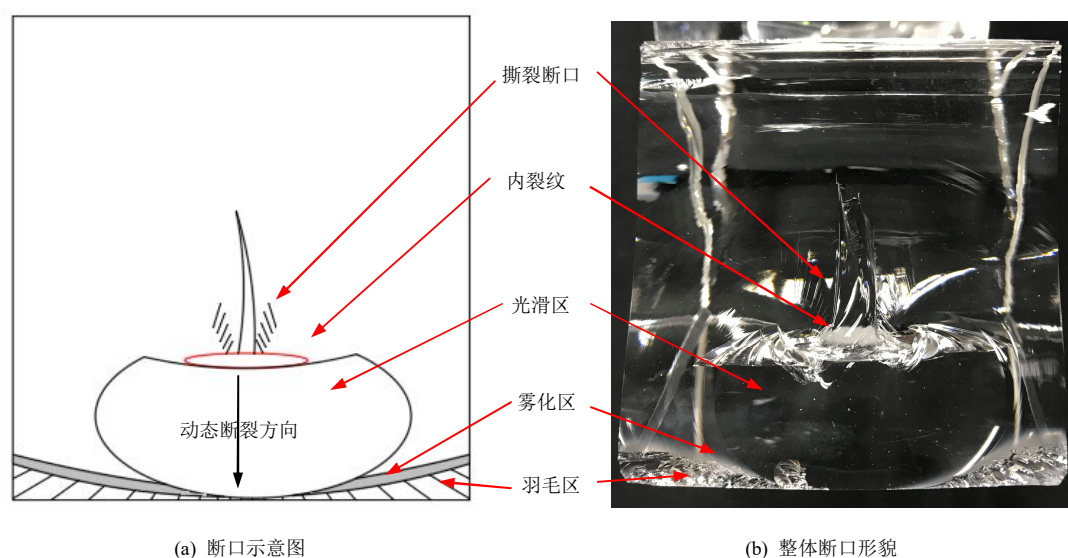


图 12 断口形貌
Fig.12 Fracture morphology

静态裂纹，如前文所分析，翼裂纹主要为 I-II 型裂纹和 I-II-III 复合型裂纹组成，对应于相应的断口面上相应的光滑和茅状断口特征。除了翼型裂纹区，III 型裂纹参与作用下的撕裂断口，还分布于预制裂纹的上部，从预制内裂纹中心向上延伸一条或两条竖直台阶状断面，在其周围伴有若干条茅状条纹。此处撕裂断口（具体形态可见图 13）与贯穿裂纹倾斜方向大体平行，与翼型裂纹的撕裂区细小的茅状特征不同，此处茅状区域较大，凸凹更为明显，外形接近于纵向下凹的竹叶，即此处也存在 III 型作用。整体呈现类似西红柿的形态。

针对此处撕裂断口出现的宏观茅状花样，

Friedel^[23]最早对此进行了理论分析。

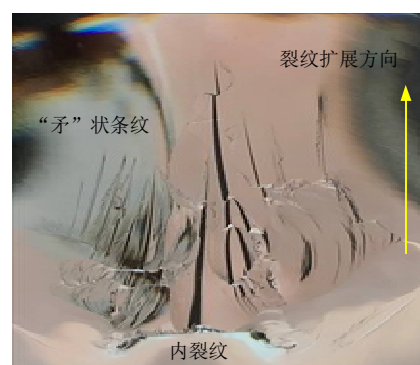
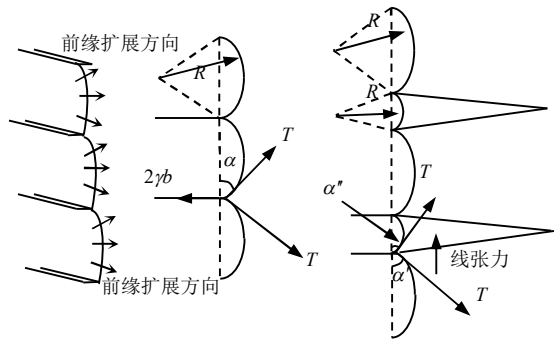


图 13 撕裂断口形貌
Fig.13 Fracture morphology of tear effect

在裂纹扩展过程中, 裂纹前端经过一些螺旋错位的运动导致产生“矛”状花样。裂纹前端有线张力 T , 假设 T 与裂纹前端的方向及裂纹的速度无关, 图 14 给出“矛”状花样形成理论示意图。图中 R 为裂纹前端扩展半径, α 为均布台阶裂纹扩展前端圆弧与扩展初始水平面夹角, α' , α'' 分别为大、小间距台阶裂纹扩展前端圆弧与扩展初始水平面夹角。台阶形态如图 14(a)所示, 其中箭头指出台阶弯曲前缘扩展方向, 台阶曳力为 $2\gamma b$ 。对于等间距台阶, 裂纹以台阶为中心对称弯曲扩展, $\alpha' = \alpha''$, 则使整个裂纹前端迁移的条件为

$$2\gamma b = 2T \sin \alpha \quad (4)$$

式中: γ 为在台阶处形成单位表面所需量; b 为台阶高度; 随着裂纹不断前移, 裂纹前端不断弯曲, 随之形成台阶。这些台阶和主裂纹前端保持垂直如图 14(b)所示。



(a) 台阶间弯曲 (b) 均布台阶平衡力 (c) 非均布台阶河流花样

图 14 矛状花样形成理论示意图

Fig.14 Schematic diagrams of spear shape pattern formation theory

如果台阶间距不等, 如图 14(c)所示, 则出现不对称应力, $\alpha' \neq \alpha''$, 因此 $T \sin \alpha' \neq T \sin \alpha''$, 不对称的应力会导致台阶相互靠近, 然后最终合并成新台阶。同时 α' / α'' 的比值不断增加, 台阶也就向彼此弯曲, 这个过程就决定了本试验断口中矛状花样的外形。

5.2.2 动态断裂断口及裂纹分叉

当一个非平衡力作用在一个含裂纹体内部的任意一个体积单元上, 这个体积单元将被加速, 相应的就获得了动能, 此时, 忽略动能的静态理论将不再适用, 裂纹系统就变成了动态系统。通常认为, 动态断裂是由于裂纹扩展速度增加到一定程度或者由于外荷载动态变化 (如冲击) 引起。本文试验出现了动态断裂, 属于前者。从断口上来讲, 在翼型裂纹扩展区周围, 出现了雾化区和羽毛区等动态断口特征, 雾化区和羽毛区微观断口如图 15 所示。

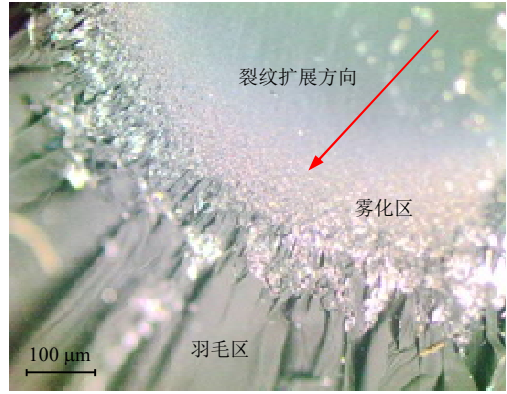


图 15 电子显微镜下分叉微观断口

Fig.15 Micro-fractography in electron microscope

本试验中雾化区断口粗糙度稍大、反射率有所下降, 为圆环状区域, 是裂纹扩展由缓慢到快速过渡的区域, 反射率降低的原因是裂纹面上发生小尺度的次生断裂, 由图 15 可看到微观尺度上的表面次生裂纹。

羽毛区呈放射状, 表面粗糙化, 同时从侧面看, 可以看到裂纹的分叉现象, 即裂纹不再沿一个裂纹尖端发展, 而是出现一分为二或多个裂纹尖端, 继续扩展, 是裂纹快速扩展区, 放射条纹的收敛处为裂纹源。

雾化区、羽毛区为快速动态断裂的典型特征。从光滑区 (镜面区) 到雾化区再到羽毛区, 可判断裂纹扩展的方向和寻找裂纹源, 裂纹分叉记录了动能耗散的不同阶段。目前, 动态断口的形成机制及理论仍在发展之中, 本文基于裂纹尖端场畸变理论^[24]给出解释。当底面裂纹所受应力达到一临界点时, K 超过 K_c 时 (K 为应力强度因子; K_c 为临界应力强度因子), 裂纹开始扩展。图 16 给出了一些选定的相对裂纹扩展速率下动态裂纹尖端应力 $\sigma_{\phi\phi}$ 分量计算结果。

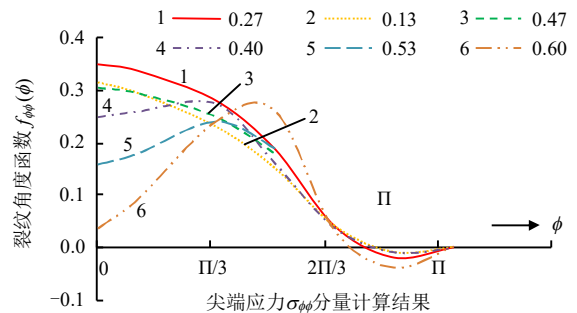


图 16 $\sigma_{\phi\phi}$ 随角度函数 $f_{\phi\phi}(\phi)$ 变化关系

Fig.16 Variation of $\sigma_{\phi\phi}$ with $f_{\phi\phi}(\phi)$

定义动态应力强度因子为

$$K' = K (v_1 / v)^{1/2} \quad (5)$$

式中： v_1 为弹性波传播速度； v 为裂纹扩展速度； K' 为动态应力强度因子。

角函数为

$$f_{\phi\phi}(\phi) = \sigma_{\phi\phi}(2\pi r)^{1/2} / K' \quad (6)$$

式中： r 、 ϕ 分别为裂纹尖端极坐标参数。

与静态解为

$$\sigma_{ij} = K(2\pi r)^{-1/2} f_{ij}(\phi) \quad (7)$$

式 (6)、(7) 形式相同，其中 $f_{ij}(\phi)$ 为仅与 ϕ 有关的裂纹尖端空间坐标函数。

图 16 表明：当速率逼近理论极限速率 $v_T = 0.38v_1^{[23]}$ 时，最大局部张应力从原来的裂纹面 $\phi = 0$ 急剧地漂移到 $\phi = 50^\circ \sim 70^\circ$ 的倾斜面上。同理，机械能释放率的角分布也会表现出类似趋势。随着荷载的提高，出现非平衡力作用裂纹扩展，含裂纹体积单元将被加速，相应地获得动能，裂纹系统形成一个动态系统，裂纹以更快的速度扩展，能量释放的速率也迅速增加，导致裂尖的微观力学活性加剧，原来的单一裂纹尖端无法消耗其能量，因此产生分叉，导致表面粗糙化。所以，在各向同性的材料中，裂纹的分叉是裂纹场动态特性的必然结果。本次 SCB 试验由于含有较大的预制内裂纹，分叉主要集中在破坏面的底部。

6 数值模拟

6.1 数值模型

建立含水平内裂纹半圆弯拉模型并进行数值计算，图 17 给出了带预制内裂纹半圆弯拉试样的网格模型。图 17(c) 为裂纹尖端为 0 的起始端沿内裂纹边缘逆时针旋转一周，且走过路径长度定义为 1。

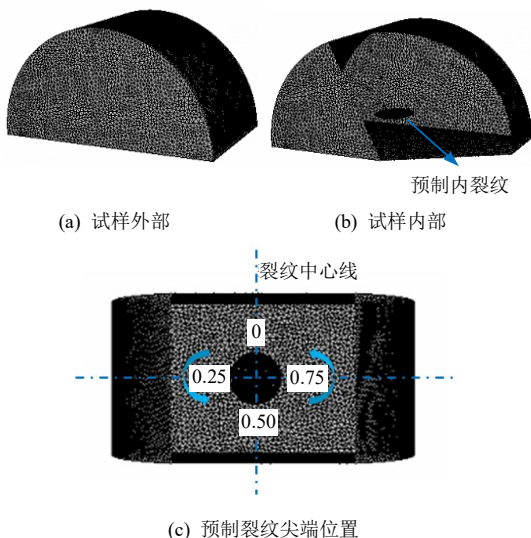


图 17 数值模型

Fig.17 Numerical model

有限元数值模拟中设置的相关参数列出如下：

(1) 材料各向同性弹性材料，弹性模量 $E = 213 \text{ GPa}$ ，泊松比 $\nu = 0.2$ 。

(2) 在利用有限元软件做裂纹扩展时，设置裂纹面摩擦系数为 0.1。

(3) 采用位移边界，下部两处支撑点边界条件为 $U_2 = 0$ ， U_2 代表竖直方向。

6.2 应力强度因子计算原理

对于应力强度因子采用 M 积分的方法来计算，假设两个平衡状态叠加的交互 J 积分为

$$\bar{J} = \int_{\Gamma} \left[(\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)}) \frac{\partial u_i^{(1)} + \partial u_i^{(2)}}{\partial x} - (W^{(1)} + W^{(2)}) \delta_{1j} \right] \frac{\partial q}{\partial x_j} ds \quad (8)$$

$$\bar{J} = \bar{J}^{(1)} + \bar{J}^{(2)} + \bar{M}^{(1,2)} \quad (9)$$

式中： Γ 为远离裂尖的积分曲线； δ_{1j} 为克罗狄克符号； $\bar{J}$ 为交互 J 积分；上角标 (1)、(2) 分别代表有限元计算结果以及下文所选取的不同状态解。

$\sigma_{ij}^{(1)}$ 、 $\sigma_{ij}^{(2)}$ 为二阶应力张量； $u_i^{(1)}$ 、 $u_i^{(2)}$ 为位移矢量； $W^{(1)}$ 、 $W^{(2)}$ 为应变能密度； $\bar{J}^{(1)}$ 、 $\bar{J}^{(2)}$ 为交互 J 积分分量； $\bar{M}^{(1,2)}$ 为 M 积分值。

对线弹性材料，应变能密度 $W = \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} / 2$ 。根据 Betti 互等定理：

$$W^{(1,2)} = \sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)} = \sigma_{ij}^{(2)} \varepsilon_{ij}^{(1)} \quad (10)$$

式中： $W^{(1,2)}$ 为应变能密度； $\varepsilon_{ij}^{(1)}$ 、 $\varepsilon_{ij}^{(2)}$ 为二阶应力张量。

其中：

$$\bar{J}^{(1)} = \int_{\Gamma} \left[\sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} - W^{(1)} \delta_{1j} \right] \frac{\partial q}{\partial x_j} ds \quad (11)$$

$$\bar{J}^{(2)} = \int_{\Gamma} \left[\sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} - W^{(2)} \delta_{1j} \right] \frac{\partial q}{\partial x_j} ds \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \bar{M}^{(1,2)} = \int_{\Gamma} & \left[\sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} + \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} - \frac{1}{2} (\sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)} + \right. \\ & \left. \sigma_{ij}^{(2)} \varepsilon_{ij}^{(1)}) \delta_{1j} \right] \frac{\partial q}{\partial x_j} ds \end{aligned} \quad (13)$$

式中： x_j 为沿裂纹径向坐标方向； s 为裂纹前缘积分弧长。

两个平衡状态下利用能量释放率 G 与应力强度因子 K 的关系：

$$G = J = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^{(1)} + K_I^{(2)})^2 + \frac{1-\nu^2}{E} (K_{II}^{(1)} + K_{II}^{(2)})^2 + \frac{1+\nu}{E} (K_{III}^{(1)} + K_{III}^{(2)})^2 \quad (14)$$

$$J^{(1)} = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^{(1)})^2 + \frac{1-\nu^2}{E} (K_{II}^{(1)})^2 + \frac{1+\nu}{E} (K_{III}^{(1)})^2 \quad (15)$$

$$J^{(2)} = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^{(2)})^2 + \frac{1-\nu^2}{E} (K_{II}^{(2)})^2 + \frac{1+\nu}{E} (K_{III}^{(2)})^2 \quad (16)$$

$$M^{(1,2)} = 2 \left[\frac{1-\nu^2}{E} K_I^{(1)} K_I^{(2)} + \frac{1-\nu^2}{E} K_{II}^{(1)} K_{II}^{(2)} + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^{(1)} K_{III}^{(2)} \right] \quad (17)$$

式中: $K_I^{(1)}$ 、 $K_I^{(2)}$ 、 $K_{II}^{(1)}$ 、 $K_{II}^{(2)}$ 、 $K_{III}^{(1)}$ 、 $K_{III}^{(2)}$ 分别为两状态下 I、II、III 型裂纹的应力强度因子。

通过选取特定辅助场, 可通过式 (17), 利用远场的交互 M 积分得到裂纹端部应力强度因子 K_I 、 K_{II} 和 K_{III} 的解。

选取状态 1 为问题的真实状态 $K_I^{(1)} = K_I$, 状态 2 由纯 I 型裂纹的渐进解表示, 且取

$$K_I^{(2)} = 1, K_{II}^{(2)} = 0, K_{III}^{(2)} = 0 \quad (18)$$

由式 (17)、(18) 可得

$$M^{(1,2)} = 2 \frac{1-\nu^2}{E} K_I \quad (19)$$

式中: $M^{(1,2)}$ 为确定的裂纹尖端 M 积分。

所以, 有

$$K_I = \frac{E}{2(1-\nu^2)} M^{(1,2)} = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \bar{M}^{(1,2)} \quad (20)$$

同理, 选取状态 1 为问题的真实状态, 状态 2 由纯 II 型裂纹的渐进解表示, 且取

$$K_{II}^{(1)} = K_{II}, K_{II}^{(2)} = 1, K_I^{(2)} = 0, K_{III}^{(2)} = 0 \quad (21)$$

由式 (17)、(21) 可得

$$M^{(1,2)} = 2 \frac{1-\nu^2}{E} K_{II} \quad (22)$$

$$K_{II} = \frac{E}{2(1-\nu^2)} M^{(1,2)} = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \bar{M}^{(1,2)} \quad (23)$$

选取状态 1 为问题的真实状态, 状态 2 由纯 III 型裂纹的渐进解表示, 且取

$$K_{III}^{(1)} = K_{III}, K_{III}^{(2)} = 1, K_I^{(2)} = 0, K_{II}^{(2)} = 0 \quad (24)$$

由式 (17) 和 (24) 可得

$$M^{(1,2)} = 2 \frac{1+\nu}{E} K_{III} \quad (25)$$

$$K_{III} = \frac{E}{2(1+\nu)} M^{(1,2)} = \frac{E}{2(1+\nu)} \bar{M}^{(1,2)} \quad (26)$$

由式 (13)、(20)、(23)、(26) 得到裂纹尖端的应力强度因子。

6.3 应力强度因子计算结果

基于以上理论, 得到了起裂前预制裂纹周边的应力强度因子分布。便于比较起见, 以 $|K_{III}|_{\max}$ 为基准, 定义 $K_i/|K_{III}|_{\max}$ 为相对化应力强度因子, K_i 为 $i=I、II、III$ 情况下的应力强度因子; $|K_{III}|_{\max}$ 为 III 型应力强度因子绝对值的最大值, 作出曲线如图 18 所示。可得如下规律:

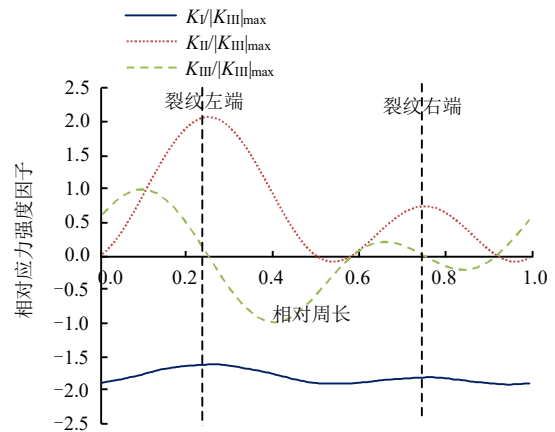


图 18 相对应力强度因子

Fig.18 Distributions of stress intensity factor

(1) K_I 为负值, 表示预制裂纹为受压状态。预制裂纹左端 K_{II} 、 K_{III} 总是大于右端, 体现了裂纹偏心导致的预制裂纹两侧尖端应力分布不同, 左侧即远离试样中心侧, 滑移错动趋势相比右侧更明显, 所以更易起裂, 与物理试验中的单侧起裂现象一致。

(2) K_{III} 在裂纹尖端相对周长约 0.25 处 (预制裂纹最左侧) 急速下降至 0, 而此处 K_I 、 K_{II} 达到峰值, 其附近以高水平 K_I 、 K_{II} 的分布为主, 其中 K_{II} 相对水平最高。由此判断, 裂纹起裂为压剪状态下 II 型起裂, 又由于脆性裂纹总是朝向纯 I 型的趋势发展, 因此形成 I-II 型翼型包裹裂纹, 此处与物理试验 4.1 节光滑区分析一致。同时, 从 K_{II} 最大值位于 0.25 处, 判断此处为起裂点, 这与试验中 0.25 处先起裂且裂纹扩展最长相一致。

(3) K_{III} 在裂纹尖端相对周长约 0.1、0.4 处达到峰值（撕裂区位置），理论上此处具备出现 III-撕裂型裂纹的条件。在实际物理试验中，此处也达到了 III 型裂纹扩展的条件，断口中存在典型矛状 III 型特征。理论与物理试验一致。

6.4 裂纹扩展准则

裂纹扩展准则采用最大周向应力准则(MTS)，裂纹将沿着最大周向应力 $\sigma_{\alpha_{\max}}$ 方向进行扩展，开裂方式由下式决定：

$$\frac{\partial_{\sigma\alpha}(K_I, K_{II}, \alpha)}{\partial\alpha} = 0 \quad (27)$$

叠加张开型 I 和滑移型 II 裂纹尖端附近应力场，并用极坐标形式表示如下：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{2\sqrt{2\pi r}} K_I (3 - \cos \alpha) + \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{2\sqrt{2\pi r}} K_{II} (3 \cos \alpha - 1) \\ \sigma_\alpha &= \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{2\sqrt{2\pi r}} [K_I (1 + \cos \alpha) - 3K_{II} \sin \alpha] \\ \tau_\alpha &= \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{2\sqrt{2\pi r}} [K_I \sin \alpha + K_{II} (3 \cos \alpha - 1)] \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

将式 (28) 代入式 (27) 可得

$$\cos \frac{\alpha}{2} [K_I \sin \alpha + K_{II} (3 \cos \alpha - 1)] = 0 \quad (29)$$

由 $\cos \frac{\alpha}{2} = 0$ ，可解得 $\alpha = \pm\pi$ ，此解在物理上不可能存在，因为裂纹不可能沿反方向扩展。

另一组解可由 $K_I \sin \alpha + K_{II} (3 \cos \alpha - 1) = 0$ 求得。

令 $\lambda = K_{II} / K_I$ ，且该公式中求得角度为真实裂

纹开裂角度，以 α_0 表示并解出：

$$\alpha_0 = 2 \arctan \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8\lambda^2}}{4\lambda} \quad (30)$$

由于 $|\alpha|$ 应小于 $\pi/2$ （否则裂纹将折向反方向扩展），为保证这一条件，式 (30) 只取负号，即

$$\alpha_0 = 2 \arctan \frac{1 + \sqrt{1 + 8\lambda^2}}{4\lambda} \quad (31)$$

裂纹尖端应力场如图 19 所示。

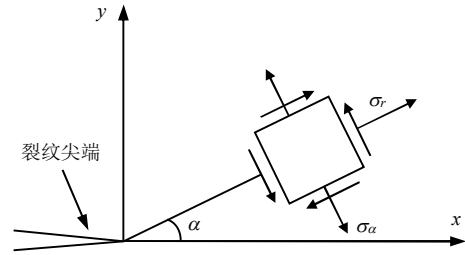


图 19 裂纹尖端应力场
Fig.19 Stress field of crack tip

6.5 裂纹扩展模拟结果

断裂过程如图 20 所示，预制内裂纹左侧出现向下起裂，形成下翼型裂纹，裂纹尖端为光滑曲线，裂纹面光滑，裂纹扩展形态与试验一致。

目前在理论及数值模拟领域，三维裂纹扩展、内裂纹扩展、I-II-III 扩展、动态断裂都是瓶颈问题。本文的数值模拟，成功实现了三维内裂纹扩展路径模拟，具有重大的意义。但是，需要指出的是，对于翼型裂纹侧面 III 型作用下撕裂区断口、翼裂纹扩展到一定程度后的向动态断裂转化及动态断口特征，目前文献也难见到相关数值仿真成果，是后续理论及仿真需要解决的一个瓶颈。

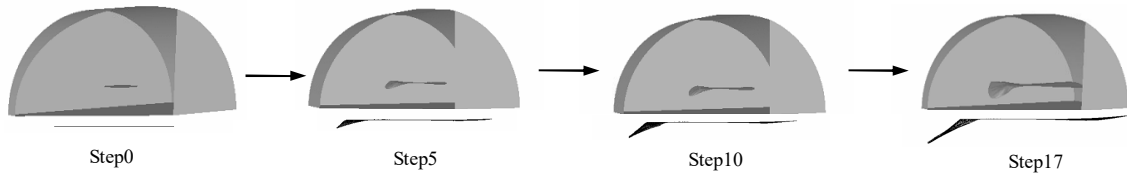


图 20 裂纹扩展过程
Fig.20 Propagation of crack in the numerical model

7 结 论

(1) 基于 3D-ILC 的含内裂纹 SCB 试验规律明显，3D-ILC 为脆性材料断裂力学内裂纹扩展、I-II-III

型断裂等问题的试验研究提供了有力手段。

(2) 应力双折射云纹在内裂纹处显示应力集中，试样内部基本应力云纹在预制裂纹处不连续并与之产生交汇现象。

(3) SCB 试样从偏心预制裂纹左侧起裂, 随后出现 I-II-III 型翼型裂纹扩展, 分为光滑区 I-II 型裂纹和撕裂区 I-II-III 型裂纹, III 型参与下出现矛状断口; 随着裂纹持续扩展发生动态断裂进而破坏, 发生动态分叉出现典型的雾化区、羽毛区特征。

(4) 通过 M 积分得到预制裂纹起裂前 K 分布, 预制裂纹处于压剪状态, 左侧尖端处 K_{II} 最大, 此处发生压剪起裂, 预制裂纹侧面处 K_{III} 最大, 此处存在 III 型裂纹作用, 与物理试验起裂及裂纹扩展断口一致。基于最大周向应力准则 MTS, 得到了 SCB 试验中内裂纹的起裂和扩展路径, 与物理试验一致。

(5) 对于翼型裂纹侧面 III 型作用下的撕裂区断口、翼裂纹扩展到一定程度后的向动态断裂转化及动态断口特征, 是后续理论及数值仿真需要解决的一个瓶颈。

参考文献

- [1] 耿宁宁. 静动态混凝土半圆弯拉试验的数值模拟[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2013.
GENG Ning-ning. Numerical simulation of static and dynamic concrete semi-circular bending test[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2013.
- [2] CHONG K P, KURUPPU M D. Specimen for fracture toughness determination for rock and other materials[J]. **International Journal of Fracture**, 1984, 26 (2): 59-62.
- [3] EFTEKHARI M, BAGHBANAN A, HASHEMOLHOSSEINI H. Fracture propagation in a cracked semicircular bend specimen under mixed mode loading using extended finite element method[J]. **Arabian Journal of Geosciences**, 2015, 8(11): 9635-9646.
- [4] ZHAO G F, KAZERANI T, MAN K, et al. Numerical study of the semi-circular bend dynamic fracture toughness test using discrete element models[J]. **Science China (Technological Sciences)**, 2015, 58(9): 1587-1595.
- [5] FAYED A S. Numerical evaluation of mode I/II SIF of quasi-brittle materials using cracked semi-circular bend specimen[J]. **Engineering Solid Mechanics**, 2018, 6(2): 175-186.
- [6] ALIHA M R M, AYATOLLAHI M R. Mixed mode I/II brittle fracture evaluation of marble using SCB specimen[J]. **Procedia Engineering**, 2011, 10: 311-318.
- [7] AKBARDOOST J, AYATOLLAHI M R, ALIHA M R M, et al. Size-dependent fracture behavior of Guiting limestone under mixed mode loading[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2014, 10(71): 369-380.
- [8] ALIHA M R M, BAHMANI A, AKHONDI S H. Mixed mode fracture toughness testing of PMMA with different three-point bend type specimens[J]. **European Journal of Mechanics (A Solids)**, 2016, 58(7-8): 148-162.
- [9] 王海军, 张九丹, 任然, 等. 基于激光-介质损伤的三维内裂纹 3D-ILC 实现[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(12): 2345-2352.
WANG Hai-jun, ZHANG Jiu-dan, REN Ran, et al. Embedded cracks in brittle solids induced by laser-medium interaction (3D-ILC)[J]. **Chineses Journal of Geotechnical Engineering**, 2019, 41(12): 2345-2352.
- [10] 王海军, 郁舒阳, 任然, 等. 基于 3D-ILC 含三维内裂纹孔口脆性固体断裂特性试验[J]. 岩土力学, 2019, 40(6): 1-13.
WANG Hai-jun, YU Su-yang, REN Ran, et al. Study on failure of brittle solids with circular hole based on 3D-ILC[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2019, 40(6): 1-13.
- [11] 王海军, 张九丹, 任然, 等. 基于 3D-ILC 含不同角度内裂纹圆盘断裂特性研究[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(9): 1636-1644.
WANG Hai-jun, ZHANG Jiu-dan, REN ran, et al. Fracture characteristics of Brazilian disk with fully internal crack based on 3D-ILC[J/OL]. **Chineses Journal of Geotechnical Engineering**, 2019, 41(9): 1636-1644.
- [12] 范天佑. 断裂理论基础[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
FAN Tian-you. Fracture theory foundation[M]. Beijing: Science Press, 2003.
- [13] 尤明庆. 岩石指数型强度准则在主应力空间的特征[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(8): 1541-1551.
YOU Ming-qing. Characteristics of exponential strength criterion of rock in principal stress space[J]. **Chineses Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(8): 1541-1551.
- [14] 李世愚. 岩石断裂力学导论[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2010.
LI Shi-yu. Introduction of rock fracture mechanics[M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2010.
- [15] GRIFFITH A A. The phenomena of rupture and flow in solids[J]. **Philtransrsoca**, 1921, 221(2): 163-198.
- [16] HERTZ H. Hertz's miscellaneous papers[M]. London: McMillan, 1896.